

Mathe 11, Eichendorffschule

Wochenplanaufgaben zum Thema „Ganzrationale Funktionen“

1. Aufgabe

Gegeben sind im folgenden die Funktionen mit dem Termen:

a) $f(x) = x^3 - x^2 - 2 \cdot x + 1$

b) $g(x) = -x^4 + 3 \cdot x^2 - 1$

c) $h(x) = x^5 + x^3 - x$

1. Beschreibe und begründe jeweils das globale Verhalten der Funktionsgraphen
2. Beschreibe und begründe jeweils das Verhalten der Funktionsgraphen in der Umgebung von $x = 0$
3. Beschreibe und begründe eventuelle Symmetrien der Funktionsgraphen
4. Skizziere auf Basis von 1 ..3 eine Skizze des Verlaufs der Funktionsgraphen
5. Bestimme mit / ohne MuPad die Nullstellen der Funktionen f, g und h
6. Zeichne die Funktionsgraphen mit MuPad und überprüfe daran deine Aussagen von a,b,c

2. Aufgabe

Gegeben ist nun die ganzrationale Funktion g mit $g(x) = -2 \cdot x^4 + 4 \cdot x^2$

1. Beschreibe den Verlauf des Graphen der Funktion und gebe an, wo eventuelle Nullstellen, Hoch- und Tiefpunkte sowie Wendepunkte ungefähr liegen.
2. Welche Bedeutung haben Hoch- und Tiefpunkte sowie Wendepunkte für den Verlauf des Graphen?
3. Addiere eine konstante Zahl a so zu g(x), dass
 1. g keine Nullstelle hat
 2. g genau 2 Nullstellen hat
 3. g genau 4 Nullstellen hat
 4. g genau 1 Nullstelle hat
 5. g genau 5 Nullstellen hat

3. Aufgabe

Gegeben ist die Linearfaktordarstellung einer ganzrationalen Funktion f mit

$$f(x) = (x-2) \cdot (x+1) \cdot (x-3) \cdot (x+2) \cdot x$$

1. Wo liegen die Nullstellen dieser Funktion?
2. Wie heisst der Funktionsterm in (ausmultiplizierter) Normaldarstellung.
3. Begründe und skizziere ohne MuPad den Graphen der Funktion f.

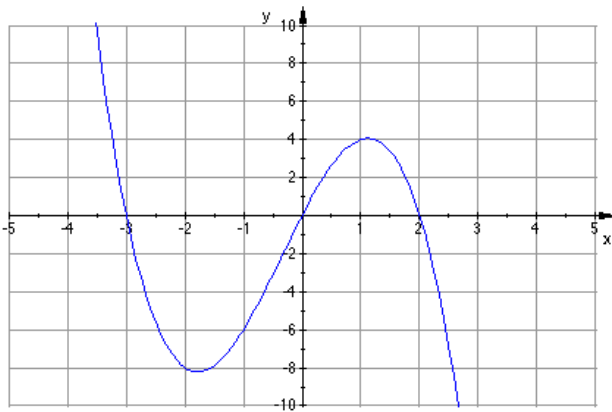
4. Aufgabe

Gegeben ist eine ganzrationale Funktion f mit $f(x) = x^3 - 2 \cdot x^2 - 5 \cdot x + 6$

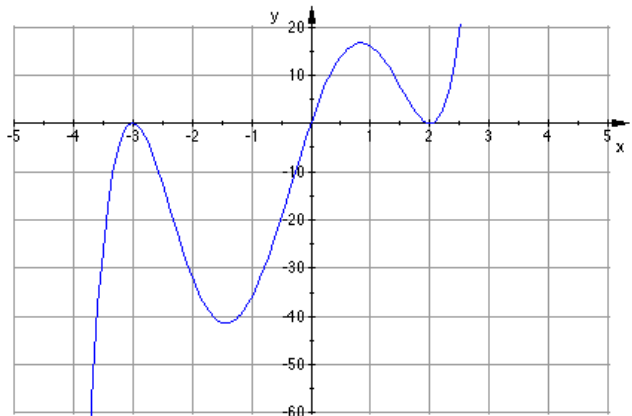
1. Zeige, dass $x = 1$ eine Nullstelle von f ist und führe eine Polynomdivision von f durch den entsprechenden Linearfaktor $(x-1)$ durch.
2. Welche Nullstellen hat das Restpolynom $f_{rest}(x) = x^2 - x + 6$
3. Welche Linearfaktordarstellung hat somit f?

5. Aufgabe

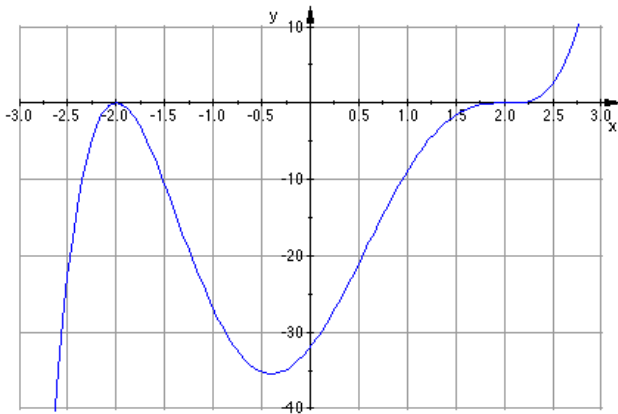
Gegeben sind die folgenden Funktionsgraphen.



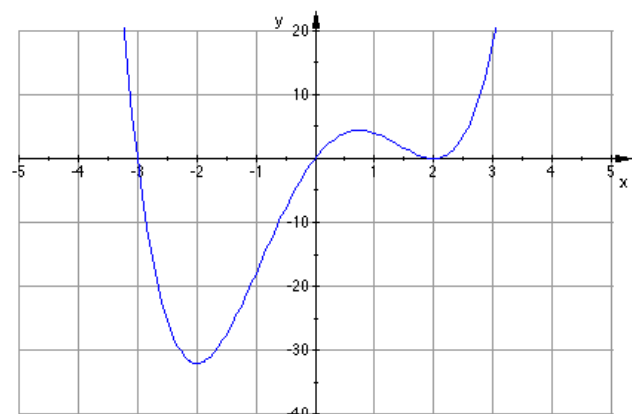
a)



b)



c)



d)

Bestimme jeweils den Funktionsterm einer ganzrationalen Funktion von möglichst niedrigem Grad, der diese Funktionsgraphen erzeugen kann.

Überprüfe Deine Lösungen mit MuPad.

6. Aufgabe

Nimm zu den folgenden Aussagen durch entsprechende Beispiel oder Gegenbeispiele Stellung:

1. Eine ganzrationale Funktion vom Grad n hat n Nullstellen
2. Wenn eine ganzrationale Funktion keine Nullstelle hat dann ist der Grad gerade.
3. Eine ganzrationale Funktion mit ungeradem Grad hat mindestens eine Nullstelle.
4. Eine zur y -Achse symmetrische ganzrationale Funktion hat nur gerade Exponenten.