

```
[ reset()
```

```
[ assume(Type::Real)
```

```
  R
```

```
A1
```

```
[ f:=x->a_3*x^3+a_2*x^2+a_1*x^1+a_0
```

$$x \rightarrow a_3 \cdot x^3 + a_2 \cdot x^2 + a_1 \cdot x + a_0$$

```
[ G_1:=f(1)=3; // Gleichung an dem Punkt P(1|3)
  G_2:=f(2)=7; // Gleichung an dem Punkt Q(2|7)
  G_3:=f'(-2)=3; //An der Stelle x=-2 besitzt die Funktion die
  Steigung 3.
  G_4:=f'(-4)=3; //An der Stelle x=-4 besitzt die Funktion die
  Steigung 3.
```

$$a_0 + a_1 + a_2 + a_3 = 3$$

$$a_0 + 2 \cdot a_1 + 4 \cdot a_2 + 8 \cdot a_3 = 7$$

$$a_1 - 4 \cdot a_2 + 12 \cdot a_3 = 3$$

$$a_1 - 8 \cdot a_2 + 48 \cdot a_3 = 3$$

```
[ solve({G_1,G_2,G_3,G_4},{a_3,a_2,a_1,a_0}); //Gleichungssystem
  mit 4 Gleichungen für 4 gesuchte Parameter!
  float(solve({G_1,G_2,G_3,G_4},{a_3,a_2,a_1,a_0}));
```

$$\left\{ \left[ a_0 = -\frac{17}{29}, a_1 = \frac{99}{29}, a_2 = \frac{9}{58}, a_3 = \frac{1}{58} \right] \right\}$$

$$\{ [a_0 = -0.5862068966, a_1 = 3.413793103, a_2 = 0.1551724138, a_3 = 0.01724137931] \}$$

```
[ f1:=x->1/58*x^3+9/58*x^2+99/29*x^1+-17/29
```

$$x \rightarrow \frac{x^3}{58} + \frac{9 \cdot x^2}{58} + \frac{99 \cdot x}{29} - \frac{17}{29}$$

A2

```
f2:=x->a_5*x^5+a_4*x^4+a_3*x^3+a_2*x^2+a_1*x^1+a_0;  
g:=x-> sin(x);
```

$$x \rightarrow a_5 \cdot x^5 + a_4 \cdot x^4 + a_3 \cdot x^3 + a_2 \cdot x^2 + a_1 \cdot x + a_0$$

$$x \rightarrow \sin(x)$$

```
G_1:=f2(0)=sin(0); // Gleichung an dem Punkt P1(0|sin(0))  
G_2:=f2(PI)=sin(PI); // Gleichung an dem Punkt P2(PI|sin(PI))  
G_3:=f2(PI/2)=sin(PI/2); // Gleichung an dem Punkt P(PI/2|  
sin(PI/2))  
G_4:=f2'(0)=g'(0); //An der Stelle x=0 besitzt die Funktion die  
Steigung von g'(0)=cos(0).  
G_5:=f2'(PI)=g'(PI); //An der Stelle x=PI besitzt die Funktion  
die Steigung von g'(PI)=cos(PI).  
G_6:=f2'(PI/2)=g'(PI/2); //An der Stelle x=PI/2 besitzt die  
Funktion die Steigung von g'(PI/2)=cos(PI/2).
```

$$a_0 = 0$$

$$a_0 + \pi \cdot a_1 + \pi^2 \cdot a_2 + \pi^3 \cdot a_3 + \pi^4 \cdot a_4 + \pi^5 \cdot a_5 = 0$$

$$a_0 + \frac{\pi \cdot a_1}{2} + \frac{\pi^2 \cdot a_2}{4} + \frac{\pi^3 \cdot a_3}{8} + \frac{\pi^4 \cdot a_4}{16} + \frac{\pi^5 \cdot a_5}{32} = 1$$

$$a_1 = 1$$

$$a_1 + 2 \cdot \pi \cdot a_2 + 3 \cdot \pi^2 \cdot a_3 + 4 \cdot \pi^3 \cdot a_4 + 5 \cdot \pi^4 \cdot a_5 = -1$$

$$a_1 + \pi \cdot a_2 + \frac{3 \cdot \pi^2 \cdot a_3}{4} + \frac{\pi^3 \cdot a_4}{2} + \frac{5 \cdot \pi^4 \cdot a_5}{16} = 0$$

```
solve({G_1,G_2,G_3,G_4,G_5,G_6},{a_5,a_4,a_3,a_2,a_1,a_0});  
//Gleichungssystem mit 6 Gleichungen für 6 gesuchte Parameter!  
float(solve({G_1,G_2,G_3,G_4,G_5,G_6},  
{a_5,a_4,a_3,a_2,a_1,a_0}));
```

2

$$\left\{ \left[ a_0 = 0, a_1 = 1, a_2 = -\frac{5 \cdot \pi - 16}{2}, a_3 = \frac{8 \cdot \pi - 32}{3}, a_4 = -\frac{4 \cdot \pi - 16}{4}, a_5 = 0 \right] \right\}$$

$$\left\{ \left[ a_0 = 0, a_1 = 1, a_2 = -\frac{5 \cdot \pi - 16}{2}, a_3 = \frac{8 \cdot \pi - 32}{3}, a_4 = -\frac{4 \cdot \pi - 16}{4}, a_5 = 0 \right] \right\}$$

$$\{ [a_0 = 0.0, a_1 = 1.0, a_2 = 0.02958950736, a_3 = -0.2214796327, a_4 = 0.03524957834, a_5 = 0.0] \}$$

f 2 o e s u n g : = x -  
 $> 0 \cdot x^5 + 0.03524957834 \cdot x^4 - 0.2214796327 \cdot x^3 + 0.02958950736 \cdot x^2 + 1 \cdot x^1$   
 $+ 0;$

$$x \rightarrow 0 \cdot x^5 + 0.03524957834 \cdot x^4 - 0.2214796327 \cdot x^3 + 0.02958950736 \cdot x^2 + 1 \cdot x + 0$$

Damit sieht man, dass der Grad der Funktion 4 ist, da der Koeffizient  $a_5 = 0$  ist und erst  $a_4$  ungleich Null ist!

A3

$f_3 := x \rightarrow a_3 \cdot x^3 + a_2 \cdot x^2 + a_1 \cdot x + a_0$

$$x \rightarrow a_3 \cdot x^3 + a_2 \cdot x^2 + a_1 \cdot x + a_0$$

$G_1 := f_3(3) = 4;$  // Gleichung an dem Punkt HP(3|4)  
 $G_2 := f_3(-3) = 0;$  // Gleichung an dem Punkt TP(-3|0)  
 $G_3 := f_3'(3) = 0;$  // An der Stelle  $x=3$  besitzt die Funktion die Steigung 0.  
 $G_4 := f_3'(-3) = 0;$  // An der Stelle  $x=-3$  besitzt die Funktion die Steigung 0.

$$a_0 + 3 \cdot a_1 + 9 \cdot a_2 + 27 \cdot a_3 = 4$$

$$a_0 - 3 \cdot a_1 + 9 \cdot a_2 - 27 \cdot a_3 = 0$$

$$a_1 + 6 \cdot a_2 + 27 \cdot a_3 = 0$$

$$a_1 - 6 \cdot a_2 + 27 \cdot a_3 = 0$$

$\text{solve}(\{G_1, G_2, G_3, G_4\}, \{a_3, a_2, a_1, a_0\});$  // Gleichungssystem mit 4 Gleichungen für 4 gesuchte Parameter!  
 $\text{float}(\text{solve}(\{G_1, G_2, G_3, G_4\}, \{a_3, a_2, a_1, a_0\}));$  3

$$\left\{ \left[ a_0 = 2, a_1 = 1, a_2 = 0, a_3 = -\frac{1}{27} \right] \right\}$$

$$\left\{ \left[ a_0 = 2, a_1 = 1, a_2 = 0, a_3 = -\frac{1}{27} \right] \right\}$$

$$\{[a_0 = 2.0, a_1 = 1.0, a_2 = 0.0, a_3 = -0.03703703704]\}$$

$$f4 := x \rightarrow -1/27 * x^3 + 0 * x^2 + 1 * x + 2$$

$$x \rightarrow 0 \cdot x^2 - \frac{x^3}{27} + 1 \cdot x + 2$$

Genauer:

$$f5 := x \rightarrow -1/27 * x^3 + x + 2$$

$$x \rightarrow x - \frac{x^3}{27} + 2$$