Lösungen des
Wochenplans
"Lineare Funktionen"

Schuljahr 2014/15

Zuerst definieren wir den Zahlenbereich, in dem wir arbeiten:

```
assume(Type::Real)
```

$\mathbb{R}$

Jetzt zu den Aufgaben:

Aufgabe 1:

Definieren der Funktion für alle Teilaufgaben:

```
f:=x->2*x-1
```

$x \rightarrow 2 \cdot x - 1$

- - - - - - - - - - - - - - -
Teilaufgabe 1:
Die Steigung m wird als Parameter (Platzhalter, der nicht die Variabel ist) festgelegt:

```
m:=2
```

2

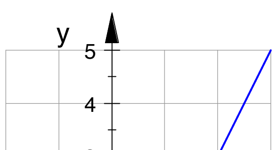
Der y-Achsenabschnitt wird hier mit "n" festgelegt.

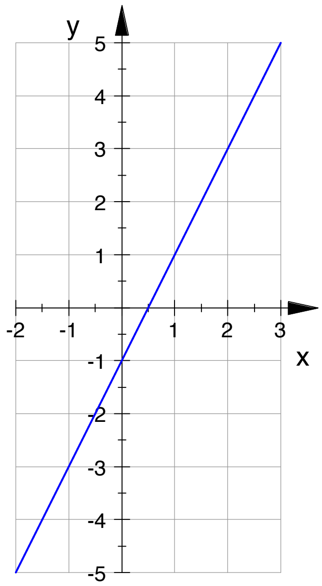
```
n:=-1
```

-1

Zum Zeichnen des Graphen kennen wir:
*den zu zeichnenden Bereich: x soll zwischen -2 und 3 liegen und diese selber annehmen,
*Gleichartiger Abstand zwischen den Schritten auf der x- und y-Achse,
*ein Gitter:

```
plotfunc2d(f,x=-2..3,Scaling=Constrained,GridVisible=TRUE)
```



- - - - - - - - - - - - - - -

Teilaufgabe 2:
Für die Funktionswerte die angegebenen Stellen z.B. x=2 in f(x) einsetzten.
Damit alles auf einmal ausgerechnet wird, jede (bis auf die letzte Zeile) mit Semikolon abschließen und mit "Shift" + "Return" eine neue Zeile in dem Eingabebereich erzeugen:

```
f(2);
f(3.5);
f(-2.7);
f(a);
f(a+2)
```

$$3$$

$$6.0$$

$$-6.4$$

$$2 \cdot a - 1$$

$$2 \cdot a + 3$$

- - - - - - - - - - - - - - -

Teilaufgabe 3:
Zur Überprüfung, ob ein Punkt auf dem Graphen liegt, muss eine Gleichheit zwischen dem zu berechnenden Funktionswert an der angegebenen x-Stelle und der y-Koordinate des angegebenen Punktes herschen:

```
f(1)=2;
f(5)=9;
f(2*a)=4*a-1
```

$$1 = 2$$

$$9 = 9$$

$$4 \cdot a - 1 = 4 \cdot a - 1$$

$$4 \cdot a - 1 = 4 \cdot a - 1$$

Der erste Punkt liegt nicht auf der Geraden, da der Funktionswert f(1)=1 ist und nicht 2. Die beiden anderen Punkte liegen hingegen schon auf dem Graphen, da hier die Gleichheit gegeben ist.

- - - - - - - - - - - - - -

Teilaufgabe 4:
Bei gegebenem Funktionswert soll die dazugehörige x-Stelle ermittelt werden. Dafür stellen wir eine Gleichung auf, die nach "x0" (hier Bezeichnung für die Stelle) gelöst werden soll:

```
solve(f(x0)=5,x0)
```

$$\{3\}$$

Die gesuchte Stelle für x0 ist dementsprechend 3.

Aufgabe 2:

Teilaufgabe 1:
Wir suchen eine Geradengleichung, die durch die gegebenen Punkte geht.
Dazu definieren wir die Geradengleichung "g" allgemein und setzten in diese die berechnete Steigung m (wird hier festgelegt) und den y-Achsenabschnitt (wird hier berechet) ein:

```
g:=x->m*x+b;
m:=(20-5)/(8-3);
solve(g(3)=5,b)
```

$$x \rightarrow m \cdot x + b$$

$$3$$

$$\{-4\}$$

Damit ergibt sich die Funktionsgleichung: g(x)=3*x -4 - dementsprechend m=3 und n=-4 - für die erste Teilaufgabe.

- - - - - - - - - - - - - -

Teilaufgabe 2:
Das gleiche sie in Teilaufgabe 1 nur mit Parametern:

```
h:=x->m*x+b;
m:=(2*a-a)/((a+2)-a);
solve(h(a+2)=2*a,b)
```

$$x \rightarrow m \cdot x + b$$

$$\frac{a}{2}$$

$$\left\{a - \frac{a^2}{2}\right\}$$

Damit ergibt sich die Funktionsgleichung, die Steigung und den y-Achsenabschnitt:
h(x)= a/2*x+a+a²/2

h(x)= a/2*x+a+a²/2
m=a/2
b=a²/2
für die zweite Teilaufgabe.

Aufgabe 3:

Um mit dem Tanges in MuPad rechnen zu können, müssen wir die Winkel in das Bogenmaß umrechnen lassen. Bitte lesen Sie dazu als Wiederholung der Klasse 9 im Buch S. 108.

Dazu definieren wir jetzt:

```
winkel_bogenmass :=w->w*PI/180;
winkel_winkelmass :=w->w*180/PI
```

$$w \to \frac{\pi \cdot w}{180}$$

$$w \to \frac{180 \cdot w}{\pi}$$

Dabei ist mit "w" der jeweilige Winkel gemeint. Je nach dem, ob ein Winkelmass (das haben wir bis jetzt immer benutzt (z. B. w= 30°)) oder ein Bogenmass (hier z.B. ungefähr 0.523) benutzt wird, kann das jeweilig andere Maß schnell über diese Definition erzeugt werden.

- - - - - - - - - - - - - -
Teilaufgabe 1:
Der Steigungswinkel w=30° muss in das Bogenmass umgerechnet werden und in den Tanges eingesetzt werden. "Float" erzeugt eine Dezimalzahl.
Die gesuchte Steigung ist der Tangens des Steigungswinkels also:

```
m :=float(tan(winkel_bogenmass(30)))
```

0.5773502692

Da die x-Achse unter 30° geschnitten wird kann die Steigung 0.577 oder auch -0.577 sein.

- - - - - - - - - - - - - -
Teilaufgabe 2:

```
m:= float(tan(winkel_bogenmass(20)))
```

0.3639702343

```
i:=x->m*x+b;
solve(i(2)=0,b)
```

$x \to m \cdot x + b$

$\{-0.7279404685\}$

Die Gleichung beträgt:

Die Gleichung beträgt:
i(x)= 0,363*x-0,727.

- - - - - - - - - - - - - -

Teilaufgabe 3:

```
m:=(-4-6)/(2-(-2))
```

$$-\frac{5}{2}$$

Die Steigung beträgt -5/2 im Bogenmass.
Diese rechnen wir jetzt noch in das uns bekanntere Winkelmass um:

```
winkel_winkelmass(arctan(m))
```

$$-\frac{180 \cdot \arctan\left(\frac{5}{2}\right)}{\pi}$$

... und lassen uns das("%" das zuletzt berechnete") als Dezimalzahl ausgeben:

```
float(%)
```

$$-68.19859051$$

Der Steigungswinkel beträgt -68,198°.Wir berechnen noch den mathematisch postitiven Winkel:

```
alpha:=180+%
```

$$111.8014095$$

Damit beträgt der Steigungswinkel ungefähr 111.80.

Aufgabe 4:

Es interessieren nur die Steigungen m_f und m_g. Wenn deren Produkt = -1 ist dann sind die Geraden orthogonal.

- - - - - - - - - - - - - -

Teilaufgabe 1:

```
m_f :=3;
m_g :=(1+1)/(2-(-4));
m_f*m_g
```

$$3$$

$$\frac{1}{3}$$

$$1$$

Da das Produkt von m_f und m_g nicht (-1) ist, sind die Geraden ***nicht*** orthgonal bzw.

da m_g nicht (-1 /m_f) ist, sind die Geraden ***nicht*** orthgonal .

da m_g nicht (-1 /m_f) ist, sind die Geraden ***nicht*** orthgonal .

- - - - - - - - - - - - - - -
Teilaufgabe 2:

Wegen der Orthogonalität muss die Ursprungsgerade die Steigung m_g = 5 = -1/ m_f haben.
Dieses muss wegen
(-1/5) * 5 = -1
gelten.
Da es eine Ursprungsgerade ist, ist die Funktionsgleichung:
g(x) = 5*x.

- - - - - - - - - - - - - - -
Teilaufgabe 3:

Die Steigung von g ist m_g=-2, da die Steigung von f m_f = 0,5 beträgt.

```
g:=x->m*x+b;
m:=-2;
solve(g(2)=1,b)
```

$x \rightarrow m \cdot x + b$

-2

$\{5\}$

Die Gleichung von g lautet dementsprechend g(x)=-2*x+5.

- - - - - - - - - - - - - - -
Teilaufgabe 4:

Die Steigung dieser Geraden beträgt m_j=-1:

```
j:=x->m*x+b;
m:=-1;
solve(j(1)=3,b)
```

$x \rightarrow m \cdot x + b$

-1

$\{4\}$

Die Gleichung der Geraden beträgt j(x)=-x+4.

- - - - - - - - - - - - - - -
Teilaufgabe 5:

Wenn das Produkt der Steigungen zweier Geraden -1 beträgt, dann sind die Geraden orthogonal.
Das ist so, weil die Steigungen orthogonaler Geraden immer -1 ergibt, und weil die Steigungen immer die selben Eigenschaften besitzen (eine Steigung ist negativ, eine Steigung ist der Wert im Nenner eines Bruchs, der andere ist die selbe Zahl im Zähler des Bruchs). So kommt immer -1 als Produkt heraus.

Aufgabe 5:

```
f:=x->m_f*x+b_f;
m_f:=(-2-1)/(3-(-3));
solve(f(-3)=1,b_f)
```

$$x \rightarrow m_f \cdot x + b_f$$

$$-\frac{1}{2}$$

$$\left\{-\frac{1}{2}\right\}$$

Die Gleichung für f ist f(x)=-1/2*x-1/2.

```
g:=x->m_g*x+b_g;
m_g:=(5-(-5))/(4-(-1));
solve(g(4)=5,b_g)
```

$$x \rightarrow m_g \cdot x + b_g$$

$$2$$

$$\{-3\}$$

Die Gleichung für g beträgt g(x)=2*x-3.

```
m_f*m_g; //*oder über die Definition
m_g = -1/m_f
```

$$-1$$

$$2 = 2$$

Das Produkt von mf und mg ist -1 bzw. es gibt eine Gleichheit von m_g und -1/m_f, also sind die Diagonalen orthogonal.

GESCHAFFT!
Das war Ihr erster Wochenplan.
Gut gemacht!