

## Definition und Graphen von Funktionen

In der Oberstufe werden wir weiter sehr viel mit Funktionen arbeiten.

Eine Funktion ist mathematisch gesehen eine Abbildungsvorschrift, die eine Funktionsvariable auf einen Funktionsterm abbildet. Oder anders gesagt: Eine Funktion ordnet einem Element eines Definitionsbereichs eindeutig ein Element eines Wertebereichs zu.

$$x \rightarrow x^3 - 6 \cdot x^2 + 11 \cdot x - 6$$

In der Schule sind Definitions- und Wertebereiche in der Regel Teilmengen der reellen Zahlen.

Wollen wir sicherstellen, dass auch MuPad nur mit reellen Zahlen (i.d.R. werden komplexe Zahlen verwendet) arbeitet, dann kann dieses durch die "assume" Anweisung erfolgen:

```
assume (Type::Real);  
ℝ
```

Die Abbildungsvorschrift für die o.g. Funktion wird dann wie folgt definiert:

```
f:=x -> x^3 - 6*x^2 + 11*x - 6  
x → x3 - 6 · x2 + 11 · x - 6
```

Mit f wird die komplette Zuordnungsvorschrift ausgegeben:

```
f  
x → x3 - 6 · x2 + 11 · x - 6
```

Nun können die Funktionswerte berechnet werden: f an der Stelle x ist dann

```
f(x)
```

$$x^3 - 6 \cdot x^2 + 11 \cdot x - 6$$

f an der Stelle 1 oder 0 oder -1 ist dann wie gewohnt:

```
f(1);  
f(0);
```

`f(-1);`

0

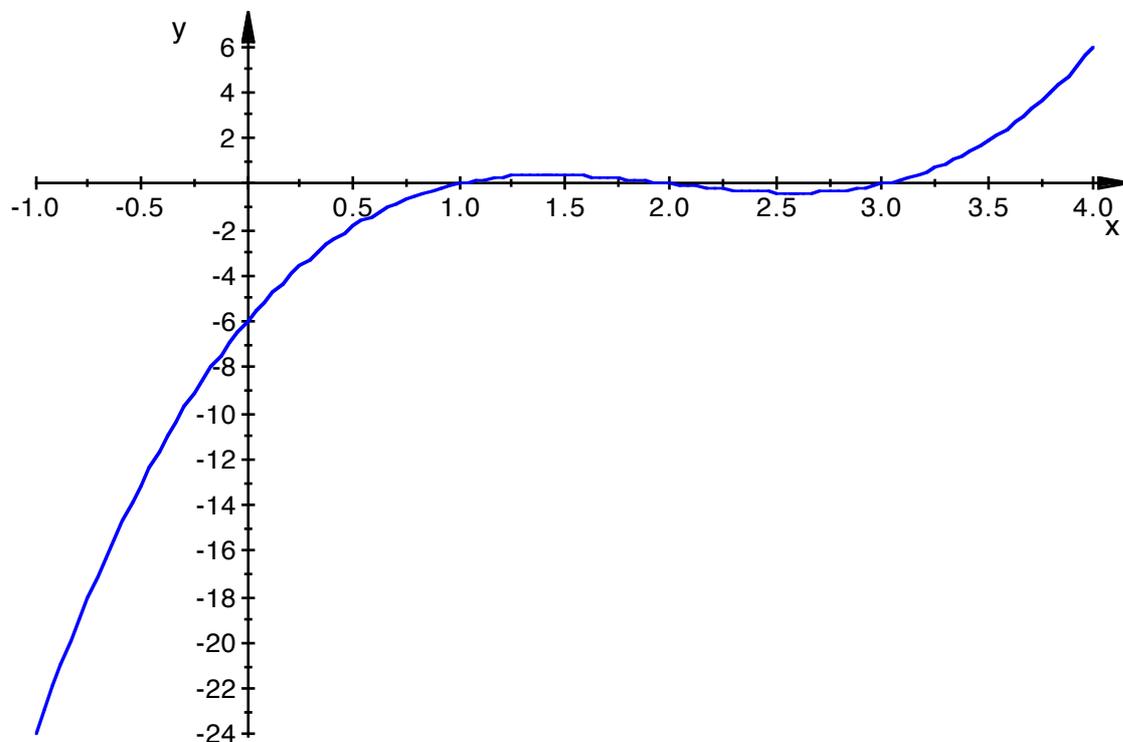
-6

-24

## Funktionsgraphen

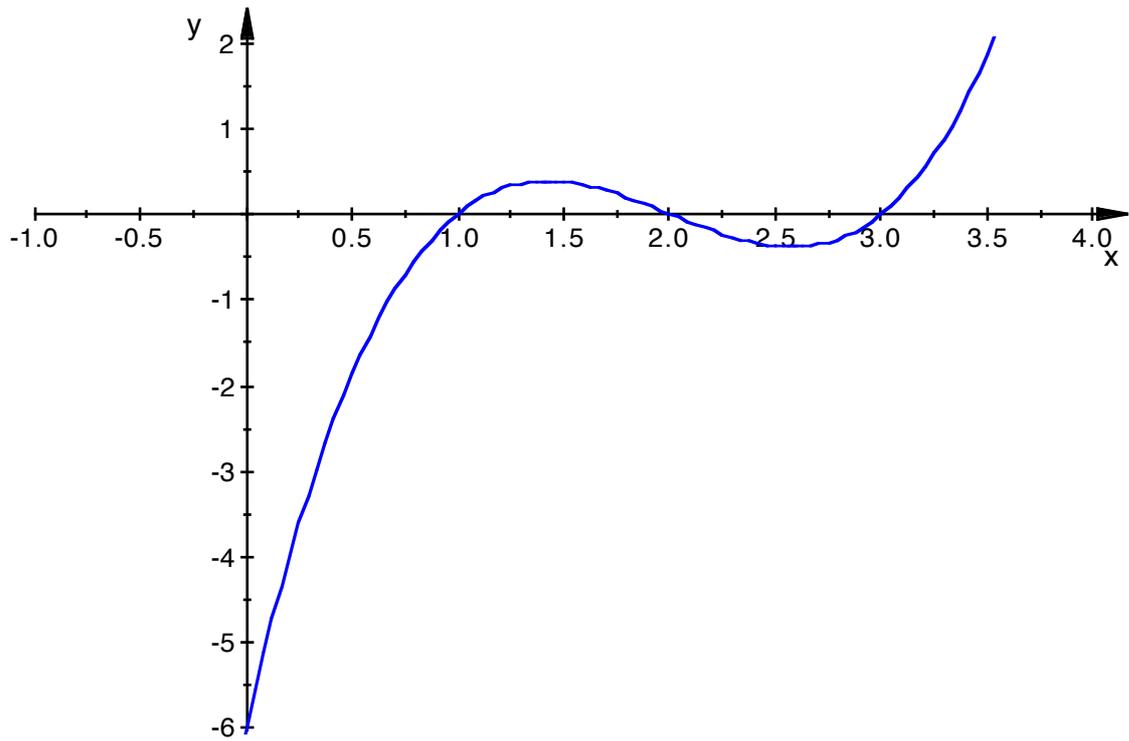
Graphen sind ein bekanntes Mittel zur Visualisierung einer Funktion. Wir lassen den Graphen der Funktion  $f$  im Intervall  $[-2..2]$  (eckige Klammern mit alt-5,6) zeichnen:

`plotfunc2d(f(x), x=-1..4);`



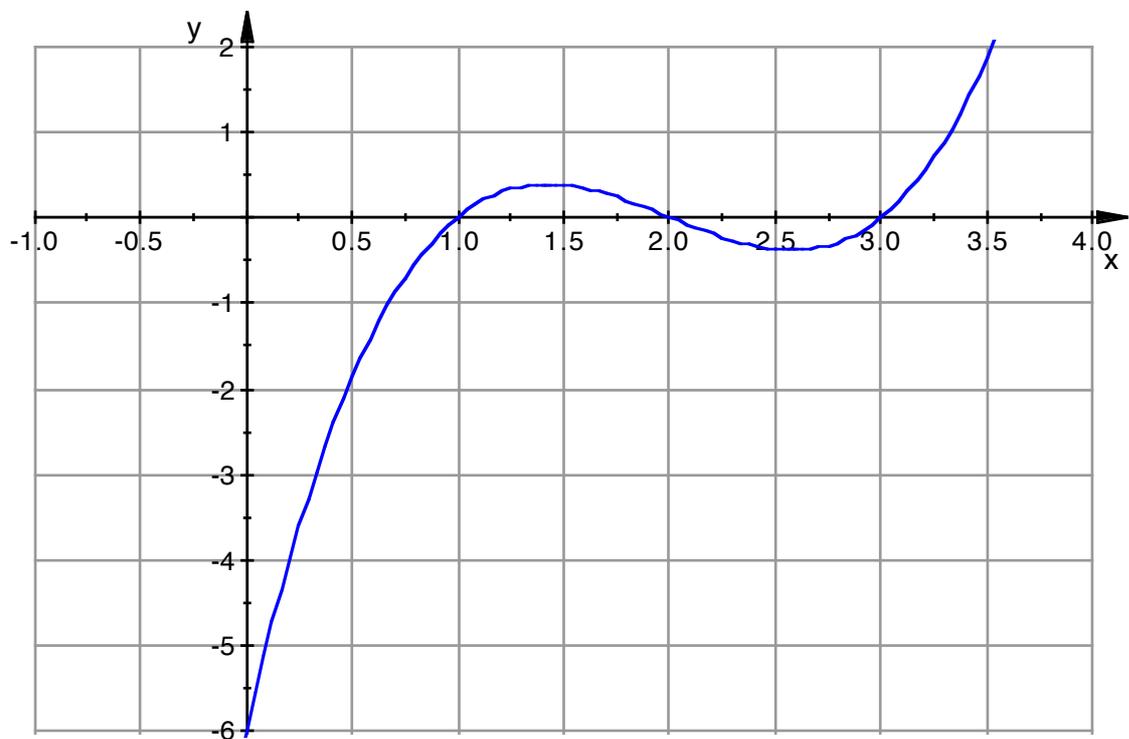
Wir definieren auch den y-Achsenbereich

`plotfunc2d(f(x), x=-1..4, YRange = -6..2);`



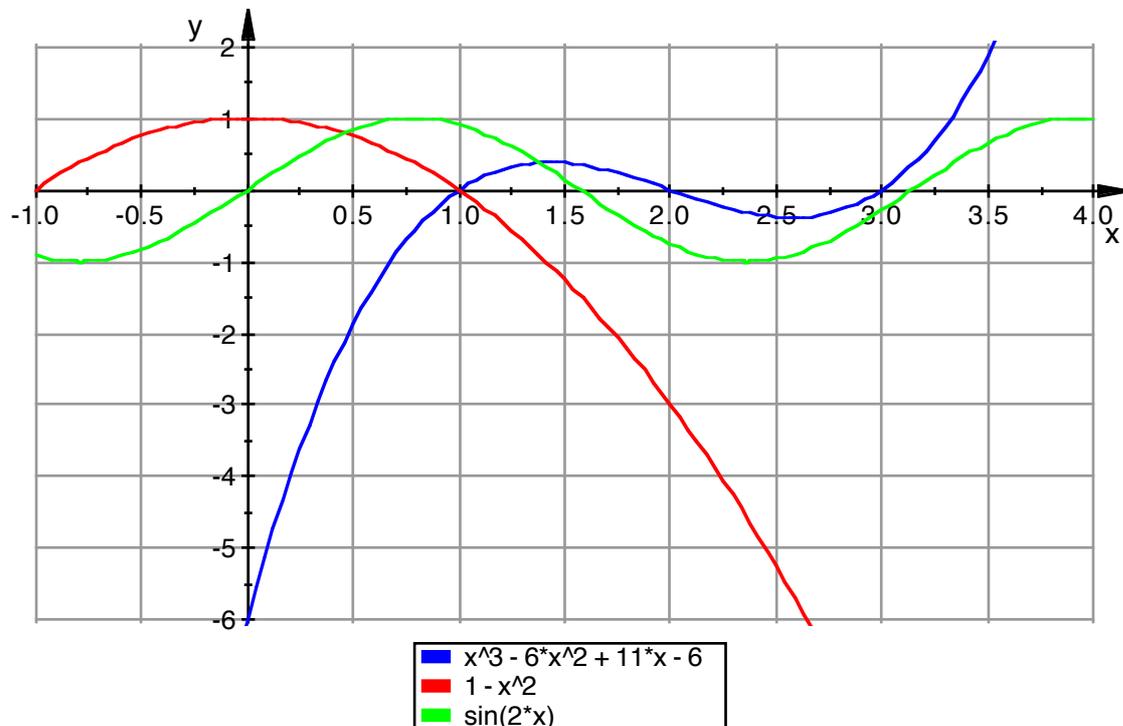
und lassen das Achsengitter mit zeichnen:

```
plotfunc2d(f(x),x=-1..4,YRange = -6..2, GridVisible=  
TRUE);
```



Auch **mehrere Graphen** lassen sich in ein Koordinatensystem zeichnen, Die Funktionen bzw. Funktionsterme werden durch Kommata getrennt aufgeführt

```
plotfunc2d(f(x), 1 - x^2, sin(2*x), x=-1..4, YRange = -6..2, GridVisible=TRUE);
```

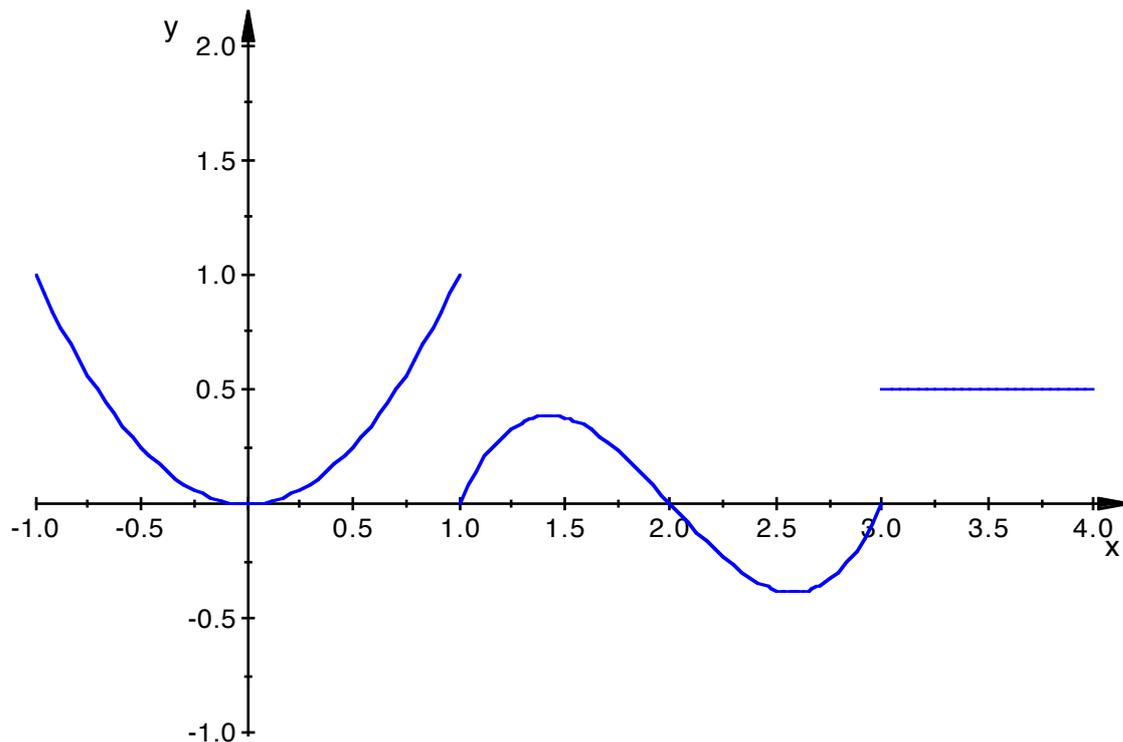


### Abschnittsweise definierte Funktionen

Oft müssen Funktionen abschnittsweise definiert und dargestellt werden: Die Definition erfolgt dann mit dem "piecewise" Befehl.

```
fabschnitt := piecewise([x<1,x^2],[x<3,f(x)],[x>=3,0.5]);
plotfunc2d(fabschnitt(x),x=-1..4,YRange = -1..2);
```

$$\begin{cases} x^2 & \text{if } x < 1 \\ x^3 - 6 \cdot x^2 + 11 \cdot x - 6 & \text{if } 1 \leq x < 3 \\ 0.5 & \text{if } 3 \leq x \end{cases}$$



### **Übungsaufgabe:**

a) Definieren Sie die durch die folgenden Funktionsterme gegebenen Funktionen in einem neuen Notebook und lassen Sie die Funktionswerte an den Stellen  $x = 1$  und  $x = 2$  ausrechnen.

$$x^4 + 4 \cdot x^2 + 1, \quad \frac{x+1}{x^2+1}, \quad 2 \cdot \cos(3 \cdot x - 2) + 1$$

b) Stellen Sie die Graphen der jetzt definierten Funktionen mit sinnvollen Definitions- und Wertebereichen dar. Zeichnen Sie zunächst jede Funktion in ein eigenes Koordinatensystem und anschließend alle in ein gemeinsames.

c) Stellen Sie den in der Abb. gegebenen Graphen durch eine Funktion dar.

