Boll, Eichendorffschule Kelkheim

Lösungen zum Wochenplan 1

Wichtiger Hinweis: Diese Lösungen sind jeweils eine von vielen Möglichkeiten. Wenn Ihr andere Lösungswege eingeschlagen habt ist das in Ordnung. Ihr solltet allerdings diese Lösungen nachvollziehen können.

1. Aufgabe
Gegeben sei die lineare Funktion f mit f(x) = 2x – 1
1. Bestimmen Sie die Parameter m (Steigung) und n (y-Achsenabschnitt) und zeichnen Sie den Graphen von f für – 2 ≤ x ≤ 3.

m und n können abgelesen werden

```
m:= 2; n := 1;
```

$$2$$

$$1$$

2. Berechnen Sie die Funktionswerte f(2), f(3,5), f(- 2,7), f(a), f(a+2).

Zunächst definieren wir die Funktion f

```
f := x -> m*x+n;
```

$$x \to m \cdot x + n$$

```
f(2);f(3.5);f(-2.7);f(a);f(a+2);
```

$$5$$

$$8.0$$

$$-4.4$$

$$2 \cdot a + 1$$

$$2 \cdot a + 5$$

3. Prüfen Sie, ob die Punkte P(1 I 2), Q(5 I 9), R(2a I 4a -1) auf dem Graphen von f liegen.

Wir vergleichen die Funktionswerte mit den gegebenen y-Werten

Wir vergleichen die Funktionswerte mit den gegebenen y-Werten

```
f(1)=2
```

$$3 = 2$$

```
f(5)=9;
```

$$11 = 9$$

```
f(2*a)=4*a-1
```

$$4 \cdot a + 1 = 4 \cdot a - 1$$

Die Punkte liegen nicht auf der Geraden.

4. Der Punkt S(x0 I - 5) liegt auf dem Graphen von f. Berechnen Sie x0.
Wir prüfen, an welcher Stelle x0 der Funktionswert 5 ist

```
solve(f(x0)=5,x0);
```

$$\{2\}$$

x0 = 2 ist die gesuchte Stelle

2. Aufgabe
Bestimmen Sie die Gleichung der Geraden durch die Punkte P und Q. 1. P(3 I 5); Q(8 I 20)

Wir nennen die Gerade g, bestimmen die Steigung m und setzen die Koordinaten eines Punktes in die Funktionsgleichung ein um den Achsenabschnitt be zu berechnen.

```
g1 := x-> m*x + b;
m := (20–5)/(8–3);
solve(g1(3)=5,b);
```

$$x \to m \cdot x + b$$

$$3$$

$$\{-4\}$$

Die gesuchte Gerade hat also die Gleichung g1(x) = 3*x+4

2. P(a I a); Q(a+2 I 2a)
analoges Vorgehen


```
g2 := x-> m*x + b;
m := (2*a-a)/(a+2-a);

solve(g2(a)=a,b);
```

```
solve(g2(a)=a,b);
```

$$x \rightarrow m \cdot x + b$$

$$\frac{a}{2}$$

$$\left\{a - \frac{a^2}{2}\right\}$$

Die Gerade g2 hat die Gleichung g2(x) = a/2 * x + (a-a^2/2)

3. Aufgabe

1.Eine Gerade schneidet die y-Achse unter einem Winkel von 30°. Welche Steigung kann sie haben?

Da das CAS im Bogenmaß rechnet muss man das Winkelmaß umrechnen oder den Taschenrechner verwenden.

Zum Umrechnen definieren wir eine Funktion, die einen eingegebenen Winkel in das Bogenmaß umrechnet und umgekehrt. Dies wird für uns erledigt durch

```
winkel_bogenmass := w-> w*PI/180;
winkel_winkelmass := w-> w*180/PI;
```

$$w \rightarrow \frac{\pi \cdot w}{180}$$

$$w \rightarrow \frac{180 \cdot w}{\pi}$$

Die gesuchte Steigung ist der Tangens des Steigungswinkels also:

```
m := float(tan(winkel_bogenmass(30)));
```

0.5773502692

Da die x-Achse unter 30° geschnitten wird kann die Steigung 0.577 oder auch -0.577 sein.

2.Bestimmen Sie die Gleichung der Geraden, die die x-Achse bei x = 2 unter einem Winkel von 20° schneidet.

Für die Steigung gilt also: (oder Taschenrechner)

```
m:= float(tan(winkel_bogenmass(20)));
```

```
m:= float(tan(winkel_bogenmass(20)));
```

0.3639702343

Schnitt der x-Achse bei x=2 -> (2I0) ist Punkt der Geraden, wir setzen die Koordinaten in die Geradengleichung ein und lösen nach b auf.

```
g := x-> m*x+b;
```

$$x \rightarrow m \cdot x + b$$

```
solve(g(2)=0,b)
```

{– 0.7279404685}

Die Gerade hat also die Gleichung g(x) = 0,364*x-0,728

3.Bestimmen Sie den Steigungswinkel der Geraden, die durch die Punkte P(– 2 I 6) und Q (2 I – 4) geht.

```
m:= (6-(-4))/(2-(-2))
```

$$\frac{5}{2}$$

Der gesuchte Winkel folgt aus $\tan^{-1}(5/2)$ auf dem taschenrechner oder

```
winkel_winkelmass(arctan(m))
```

$$\frac{180 \cdot \arctan\left(\frac{5}{2}\right)}{\pi}$$

```
float(%)
```

68.19859051

Der gesuchte Steigungswinkel ist also 68,2°

4. Aufgabe

1.Untersuchen Sie die Geraden f mit f(x) = 3x – 1 und g, die durch die Punkte P(2 I 1) und Q(- 4 I - 1) geht auf Orthogonalität.

Es interessieren nur die Steigungen m_f und m_g. Wenn deren Produkt = -1 ist dann sind die Geraden orthogonal.

```
m_f := 3;
m_g := (1+1)/(2-(-4));
```


3

$$\frac{1}{3}$$

$\frac{1}{3}$

Das Produkt ist 1 und nicht -1 -> keine Orthogonalität.

2.Welche Ursprungsgerade ist orthogonal zur Geraden f(x) = - 1/5x + 3?

Wegen der Orthogonalität muss die Ursprungsgerade die Steigung 5 haben
wegen (-1/5) * 5 = -1
Also den Funktionsterm g(x) = 5*x

3.Bestimmen Sie die Gleichung der Geraden, die den Graphen von f(x) = 0,5x im Punkt P(2|1) senkrecht schneidet.
Die Steigung von f ist also 1/2

```
g := x-> m*x+b;
m := -2; // wegen Orthogonalität zu ..
solve(g(2)=1,b)
```

$x \rightarrow m \cdot x + b$

-2

$\{5\}$

Die Gleichung der gesuchten Gerade ist also g(x) = -2x+5

4.Bestimmen Sie die Gleichung der Geraden, die orthogonal zur Winkelhalbierenden des 1. Quadranten ist und durch den Punkt P(1 l 3) geht.
Analog wie oben, Steigung der Winkelhalbierenden = 1, mf = -1

```
g := x-> m*x+b;
m := -1; // wegen Orthogonalität zu ..
solve(g(1)=3,b)
```

$x \rightarrow m \cdot x + b$

-1

$\{4\}$

Die Gleichung der gesuchten Gerade ist also g(x) = -x+4

*5.Begründen Sie, dass für die Steigungen mf und mg gilt: mf * mg = -1*

Siehe Herleitung des Zusammenhangs aus der Schule im Heft

5. Aufgabe
Die Gerade f geht durch die Punkte P(2 l – 3) und Q (4 l 3).
1.Bestimmen Sie die Gleichung von f.
Definieren der Funktion, m berechnen, Koordinaten eines Punktes einsetzne um Achsenabschnitt zu bestimmen

```
f := x-> m*x+b;
m := (-3–3)/(4–2);
solve(f(2)=-3,b)
```

$x \rightarrow m \cdot x + b$

-3

$\{3\}$

Die Gleichung der gesuchten Gerade ist also f(x) = -3x+3

2.Geben Sie die Schnittpunkte der Geraden f mit der y-Achse und x-Achse an.

```
f:= x-> -3*x+3;
xs := solve(f(x)=0,x);
ys := f(0);
```

$x \rightarrow 3 - 3 \cdot x$

$\{1\}$

3

Die x-Achse wird also bei x=1 und die y-Achse bei y=3 geschnitten

3.Berechnen Sie den Abstand der Achsenschnittpunkte dieser Geraden.
Folgt aus dem Satz des Pythagoras

```
abstand := sqrt(1^2+3^2)
```

$\sqrt{10}$

4.Bestimmen Sie den Steigungswinkel der Geraden sowie ihre Schnittwinkel mit den Koordinatenachsen!

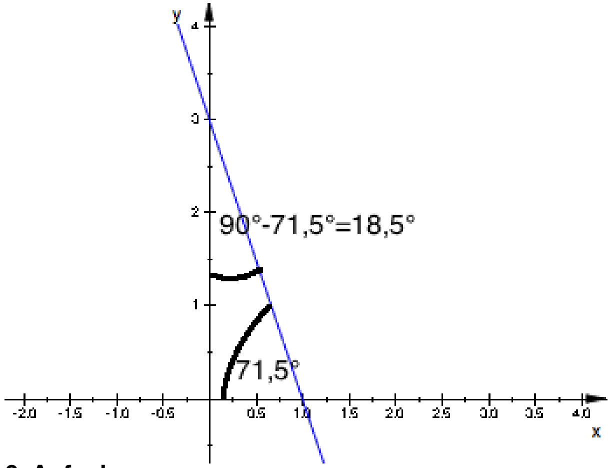

```
m:= -3;
float(winkel_winkelmass(arctan(m)))
```

-3

-3

-71.56505118

Der Steigungswinkel ist also -71,56°. Aus der folgenden Grafik kann man die weiteren Winkel ablesen



6. Aufgabe

Zeigen Sie, dass die Diagonalen im Viereck ABCD mit A(– 3 I 1), B(– 1 I – 5), C(3 I – 2) und D(4 I 5) senkrecht aufeinander stehen.

Wenn die Diagonalen senkrecht sind muss das Produkt der Steigungen der Diagonalen -1 sein
Für die Steigungen der Diagonalen e (zw. A und C) und f (zw. B und D) gilt:

```
m_e := (-2-1)/(3-(-3));
m_f := (5-(-5))/(4-(-1));
```

$-\frac{1}{2}$

2

Die Bedingung gilt.-> Die Diagonalen stehen senkrecht aufeinander.