

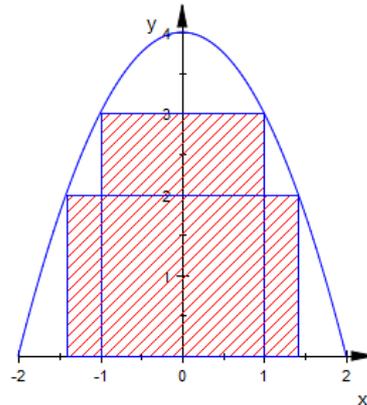
Mathe 11, Eichendorffschule

Wochenplanaufgaben zum Thema „Extremalaufgaben“

1. Aufgabe

In den Bogen der nebenseitig dargestellten Parabel soll ein Rechteck maximaler Größe einbeschrieben werden.

- Gib die Flächen der eingezeichneten Rechtecke an stelle einen Term für den Flächeninhalt eines beliebigen Rechtecks auf.
- Finde die Abmessungen des maximal großen Rechtecks und erstelle eine Graphik in der das Rechteck erscheint.



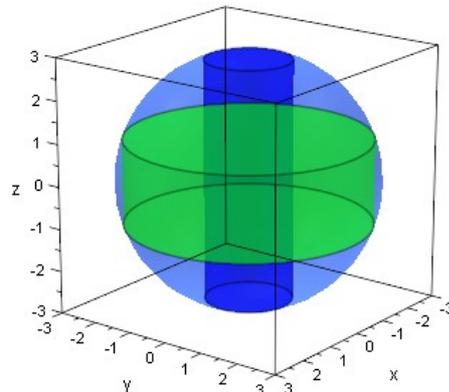
Hinweis für Mupad:

```
plot(plot::Rectangle(-1..1, 0..3, Filled = TRUE, FillColor = RGB::Red),  
      plot::Rectangle(-1.41..1.41, 0..2, Filled = TRUE, FillColor = RGB::Blue),  
      plot::Function2d(4-x^2, Scaling=Constrained, x=-2..2, ViewingBoxYRange = 0 .. 4))
```

2. Aufgabe

In eine Kugel des Radius 3 soll ein möglichst großer Zylinder eingefügt werden.

- Gib die Volumina der eingezeichneten Zylinder ($r=1$ und $r= \sqrt{8}$) an stelle einen Term für den Rauminhalt eines beliebigen Zylinders auf.
- Finde die Abmessungen des maximal großen Zylinders und erstelle eine Graphik mit Kugel und Zylinder.
- Animieren Sie die Graphik.



Hinweis für Mupad:

```
plot(plot::Sphere(3, [0, 0, 0], FillColor = RGB::Red.[0.5], Color = RGB::LightBlue.[0.5] ),  
      plot::Cylinder(1, [0, 0, -2.82], [0, 0, 2.82], Color = RGB::Blue [0.5] ),  
      plot::Cylinder(2.82, [0, 0, -1], [0, 0, 1], Color = RGB::Green.[0.4] ))
```

3. Aufgabe

Entwerfe eine zylinderförmige Dose mit 0,33l Volumen und möglichst geringem Oberflächeninhalt. Vergleiche die gefundenen Abmessungen mit den Maßen einer typischen Geträndedose. Gib Gründe für die Abweichung der Ergebnisse.

4. Aufgabe

Betrachte die Kostenfunktion eines Unternehmens $K(x) = \frac{1}{100}x^3 - \frac{6}{5}x^2 + 53x + 160$, die bei der Produktion von x Einheiten eines Mobilfunkgerätes entstehen $x < 100$.

- Gib betriebswirtschaftliche Gründe für den Verlauf der Kostenfunktion in den verschiedenen Bereichen.
- Der Preis pro Gerät beträgt 30€. Gib den Bereich an, in dem die Firma Geräte mit Gewinn verkaufen kann.
- Bestimme die verkaufte Anzahl an Geräten, bei der der erwartete Gewinn maximal wird.
- Bei welchem minimalen Preis kann die Firma die gerade eben mit Gewinn Geräte verkaufen?

Die Marketing-Abteilung des Unternehmens hat durch Umfragen herausgefunden, dass zu einem Stückpreis von 30€ 50 Geräte abgesetzt werden können. Bei einer Steigerung/Senkung des Preises um 2€ sinkt/steigt der Absatz um je 5 Geräte.

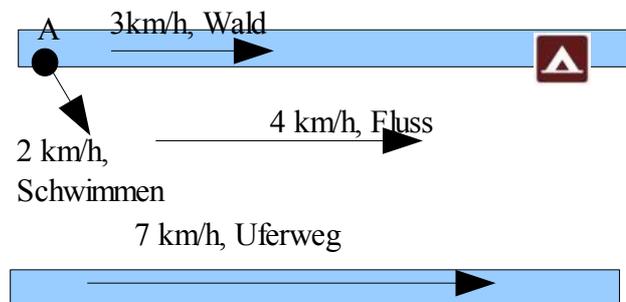
- Führe eine Untersuchung durch, wie der Preis des Gerätes gewählt werden sollte, damit (1) der Umsatz maximal (2) der Gewinn maximal wird. Gib Gewinn und Umsatz für beide betrachtete Fälle an.

5. Aufgabe

Bei einem Mountainbike-Rennen fahren die Teilnehmer mit 25km/h auf einer geradlinigen Straße. Die Fahrer befinden sich 3 km vor einer Kreuzung an der die Straße rechtwinklig zum dann 2km entfernten Ziel abbiegt. Einige Fahrer entschließen sich direkt Richtung Ziel durch das Feld abzukürzen. Lohnt sich diese Abkürzung, wenn die Fahrer auf der Wiese nur 20km/h Geschwindigkeit erreichen? Und wenn ja, wann sollte man dann abkürzen?

6. Aufgabe

An der Stelle A befinden sich nach einem Badeunfall 2 Schwimmer. Einer der beiden will im Camp 500m weiter flussabwärts schnellstmöglich Hilfe holen. Auf der eigenen Seite ist das Ufer stark bewachsen, so dass ein Vorankommen erschwert ist. Auf der gegenüberliegenden Seite des 50m breiten Flusses verläuft ein Uferweg.



- Ermittle unter Einbeziehung der Angaben in der Skizze eine Strategie, wie der Schwimmer möglichst schnell zum Camp kommt. Wie lange benötigt er?
- Entwerfe einen Plan für den Rückweg.
- Um wie viel Prozent dauert der Rückweg länger, warum?